Quest Journals
Journal of Research in Humanities and Social Science
Volume 13 ~ Issue 4 (April 2025) pp: 59-65
ISSN(Online):2321-9467
www.questjournals.org

Research Paper

La Théorie Russellienne Des Types Logiques Et La Critique De Wittgenstein

Par KONE WONDJOU ALIMATA
Université Alassane Ouattara (Côte d'Ivoire)

***Résumé** :*
La découverte, au tournant du 20è siècle, des paradoxes de la théorie des ensembles compromettait le projet logiciste d'une fondation logique des mathématiques, conduit par G. Frege et B. Russell. Ce dernier proposa la théorie des types logiques comme solution aux paradoxes. Il en formula la version dite simplifiée dans The Principles of Mathematics, en 1903, puis la version ramifiée dans les Principia mathematica qu'il coécrivit avec A. N. Whitehead en 1910. Bien que la solution russellienne parût satisfaire la plupart des logiciens du courant logiciste, dont G. Frege, leur chef de file, elle fut rejetée par un autre membre influent de ce courant, L. Wittgenstein. Le présent article interroge les raisons qui ont motivé ce rejet. Comment Wittgenstein justifiait-il sa posture ? Comment espérait-il sauver la fondation logique des mathématiques sans proposer une alternative à la théorie des types ? Après une brève présentation des paradoxes et des deux formes de la théorie des types logiques de Russell, l'article expose le cadre théorique et les raisons du rejet par Wittgenstein de la théorie des types logiques, pour mettre en lumière l'originalité, la pertinence et la portée de ses thèses sur le fondement des mathématiques.

***Mots clés** : fondements des mathématiques, logicisme, logique, paradoxe, théorie des types logiques.*
Abstract:
The discovery, at the turn of the 20th century, of the paradoxes of the theory of sets compromised the logicist project of a logical foundation of mathematics, led by G. Frege and B. Russell. The latter proposed the theory of logical types as a solution to paradoxes. He formulated the so- called simplified version in The Principles of Mathematics,in 1903, then the branched version in the Principia Mathematica which he co-wrote with A. N. Whitehead in 1910. Although the Russellian solution appeared to satisfy most of the logicians of the logicist current, including G. Frege, their leader, was rejected by another infkuential member of this current L. Wittgenstein. This article questions the reasons which motivated this rejection. How did Wittgenstein justify his posturr? How was he hoping to save the logical foundation of mathematics without offering an alternative to the theory of types? After a brief presentation of the paradoxes and the two forms of the theory of the logical types of Russell, the article exposes the theoretical framework and the reason for the rejection by Wittgenstein of the theory of logical types, to relevance and the scope of its theseson the basis of mathematics.

***Keywords**: Foundation of mathematics, logicism, logic, paradox, theory of logical types*

Received** 02 Apr., 2025; **Revised** 10 Apr., 2025; **Accepted** 12 Apr., 2025 © The author(s) 2025. **Published** with open access at **www.questjournas.org

I. INTRODUCTION

La question du fondement des mathématiques était devenue cruciale vers la fin du XIXe siècle et au début du XXe siècle. En effet, l'émergence de la logique mathématique posait inéluctablement la question du statut des mathématiques et de son rapport à la logique. Cette question donna lieu à plusieurs doctrines comme le logicisme qui affirme la primauté de la logique, l'intuitionnisme qui fonde les mathématiques sur l'intuition, le formalisme qui clame l'auto-structuration des mathématiques.

Dans le contexte du logicisme, la survenue, au tournant des années 1900, de paradoxes dans la théorie des ensembles compromet le fondement logique des mathématiques. En effet, comme le rappelle Ignace Yapi (1993, p.16-17), ce qui fait la particularité de la crise provoquée par ces paradoxes réside dans le fait que ses enjeux, au-delà de la théorie des ensembles, touchent à l'ensemble de l'édifice mathématique parce que, « autour de 1900, la prétention de la théorie des ensembles était de s'imposer d'abord comme l'une des bases (avec l'arithmétique des entiers naturels), puis, finalement, grâce aux réductions respectives de Cantor et de Frege, comme la base unique » de toutes les sciences mathématiques. Frege interprétait cette réductibilité des mathématiques à la théorie des ensembles comme la preuve du fondement des mathématiques sur la logique des classes. Il devint alors impératif de résoudre la crise provoquée par les paradoxes, non seulement pour sauver la théorie des ensembles et, parallèlement, la logique des classes, mais encore, pour sauver l'idée de fondement logique des mathématiques. L'enjeu était donc plus crucial pour le courant logiciste que pour tous les courants concurrents.

Bertrand Russell propose alors une solution logique aux paradoxes de la théorie des ensembles : la théorie des types logiques, car, affirme-t-il, ces paradoxes sont la conséquence de la violation du principe logique du cercle vicieux : ils se produisent lorsque « tout ce qui comprend le tout d'une collection devient une partie de cette collection ». Il faut interdire, par conséquent, que « tout ce qui comprend le tout d'une collection puisse appartenir à cette collection ».

La solution russellienne est satisfaisante pour la plupart des logiciens du courant logiciste, puisqu'elle permet de structurer aussi bien la théorie mathématique des ensembles que la logique des classes, sauvant ainsi la modélisation logique des mathématiques et la crédibilité du logicisme.

Mais cette solution est rejetée par un partisan éminent du logicisme : Ludwig Wittgenstein. Celui-ci estime que la théorie russellienne, bien qu'elle puisse être pertinente et efficace, doit être rejetée pour cause de « saleté » : elle enfreint le principe d'indicibilité des structures logiques du langage et du monde. Le caractère transcendantal de la logique exclut qu'elle puisse être exprimée. Quelle est la pertinence de la thèse défendue par Wittgenstein ?

Dans le développement qui suit, à l'aide d'une méthode à la fois analytique et critique, nous présenterons les paradoxes, puis la théorie russellienne des types. Ensuite, nous mettrons en lumière les raisons pour lesquelles Wittgenstein rejette la théorie des types. Enfin, nous jugerons de la pertinence de la thèse de Wittgenstein.

1- DES PARADOXES DE LA THEORIE DES ENSEMBLES A LA THÉORIE DES TYPES LOGIQUES

La théorie russellienne des types logiques est destinée à éliminer les paradoxes de la théorie des ensembles. Quels sont ces paradoxes ? Comment se présente la solution russellienne ?

1-1- Les paradoxes

Les paradoxes de la théorie des ensembles résultent de contradictions auxquelles on se heurte lorsqu'on tente de définir en extension certains ensembles, notamment les « totalités universelles dont la complète extension se heurte au dilemme de leur propre mention » (I. Yapi, 1993, p.17). Ces paradoxes sont des *antinomies* (étymologiquement, *contradictions entre des lois*), car ils conduisent à affirmer deux propositions mutuellement contradictoires.

Cesare Burali-Forti, George Cantor et Bertrand Russell ont proposé, chacun, leurs propres versions de paradoxes ensemblistes.

1-1-1- Le paradoxe de Burali-Forti

Exposé en 1897, dans un article intitulé « Una questione sui numeri transfiniti », le paradoxe de Burali-Forti est le premier paradoxe de la théorie des ensembles à être publié. Il porte sur l'ordinal de l'ensemble des ordinaux et résulte du fait que l'ordinal de l'ensemble de tous les ordinaux est un ordinal strictement plus grand que tout ordinal. Ainsi, l'ordinal de l'ensemble de tous les ordinaux n'appartient pas à l'ensemble de tous les ordinaux. Telle est l'antinomie découverte par Cesare Burali-Forti.

1-1-2- Le paradoxe de Cantor

Ce paradoxe a été formulé par Cantor la même année que celui de Burali-Forti, 1897, dans une lettre qu'il a adressée à David Hilbert. Il porte sur le cardinal de tous les cardinaux. Selon le théorème suivant formulé par Cantor, le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble E est égal à $2^{card(E)}$. Cela veut dire que le cardinal de l'ensemble des parties de l'ensemble des cardinaux est un cardinal supérieur au cardinal de l'ensemble des cardinaux. L'antinomie résulte de ce que, d'une part, l'ensemble de quelques ensembles contient plus d'éléments que l'ensemble de tous les ensembles, et, d'autre part, que le cardinal de l'ensemble de tous les cardinaux, n'appartient pas à l'ensemble de tous les cardinaux.

1-1-3- Le paradoxe de Russell

Ce paradoxe a été formulé vers 1901 par B. Russell, mais n'a été publié par lui qu'en 1903 dans *The Principles of Mathematics*. Le paradoxe de Russell porte sur l'extension de l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes. Celui-ci doit-il se contenir lui-même ? Si on répond qu'il doit se contenir lui-même, on aboutit à une contradiction puisque, s'il se contient, alors il ne doit pas se contenir. En revanche, si l'on répond qu'il ne doit pas se contenir, on aboutit encore à une contradiction, puisque, s'il ne se contient pas, il doit se contenir. Quelle que soit la réponse qu'on donne à la question posée, on se retrouve en face d'une antinomie. Telle est la version russellienne des paradoxes de la théorie des ensembles.

1-2- La théorie des types logiques

La théorie des types élaborée par Russell se présente sous deux formes : simplifiée et ramifiée. Elaborée pour résoudre les paradoxes de la théorie des ensembles, elle est aussi destinée à résoudre tout autre paradoxe né du non-respect de la hiérarchie des types. On distingue ainsi deux catégories de paradoxes visées par la théorie des types logiques : d'une part, les paradoxes qui se rapportent à la théorie des ensembles et qui relèvent par conséquent des mathématiques[1] et, d'autre part, les paradoxes sémantiques, comme le paradoxe du Menteur, qui sont dus à l'autoréférence des énoncés. Ils dérivent tous d'une sorte de *sophisme de cercle vicieux*. Ainsi, « la même contradiction [observée dans la théorie des ensembles] peut d'ailleurs être transposée au niveau des propriétés qui servent à définir » M. Combes (1971, p.32). Voilà pourquoi Russell établit très vite un rapprochement entre les deux catégories de paradoxes. Elles sont, selon lui, susceptibles d'être adéquatement résolues par la théorie des types logiques.

1-2-1 La théorie simplifiée et son mode de fonctionnement

La théorie des types simple, d'une manière générale, énonce que les objets mathématiques sont organisés selon une hiérarchie de types qui définit les conditions de leur usage. Pour qu'une fonction propositionnelle telle que F(x), G (x, y), H (x, y, z) … ait sens, il faut que soit défini le type d'objets susceptibles de saturer le prédicat monadique (F), dyadique (G), et triadique (H)… auxquels ils sont affectés. Ainsi, toute fonction définit un domaine de signification composé de tous les objets qui, pris comme arguments de celle-ci, lui donnent un sens et une valeur de vérité. Il y a une hiérarchie des domaines de signification, constituant la hiérarchie des types logiques et d'après laquelle les plus « types minimaux » sont constitués des individus ; puis, à un niveau supérieur viennent respectivement dans l'ordre, le type des classes d'individus, ensuite, celui des classes de classes, d'individus, etc. Cette hiérarchie des domaines de signification interdit, par conséquent, que par exemple, des classes puissent être mentionnées au nombre de leurs propres éléments, car les éléments d'une classe appartiennent à un type différent de celui de la classe.

En tenant compte du rapprochement que Russell établit entre les paradoxes mathématiques et les paradoxes sémantiques, on aura aussi, par exemple une hiérarchie entre les propriétés qui pourront être attribuées à des individus, à des classes, à des classes de classes, etc. elles-mêmes, sans que cela ne conduisent à des contradictions. De même, une propriété qui est dite d'un objet ne peut pas être attribuée à la propriété elle-même, et ainsi de suite. Selon le domaine de signification, il y aura alors des propriétés qui seront *prédicables* et d'autres qui seront *imprédicables*. Ainsi, par exemple, le paradoxe de Russell s'explique par l'exportation indue du prédicat « ne se contient pas lui-même », des ensembles d'objets à l'ensemble des ensembles d'objets, ce en violation de la hiérarchie des types logiques.

De même, le paradoxe du Menteur est dû à un non-respect de la hiérarchie des types. La phrase « ce que je dis est faux » n'a pas à prendre pour domaine de signification elle-même. C'est en enfreignant cette interdiction qu'on fait face à des paradoxes.

De manière générale, la théorie des types impose que dans une proposition comme « quel que soit x, x est beau », seuls des objets individuels tels que fleur, Socrate, chat…, puissent prendre la place de x. Pour empêcher la formation de telle absurdité, il faut éviter que *tout ce qui comprend le tout d'une collection devienne une partie de cette collection.* Partant cette restriction imposée par la théorie des types, « le paradoxe de la classe des classes qui ne se contiennent pas tombe de lui-même » M. Combes (1971, p.33).

Cette restriction permet d'empêcher l'apparition de paradoxes tels que ceux de Russell, de Cantor et de Burali-Forti. Il permet aussi d'éviter les paradoxes sémantiques. Russell va procéder à un réaménagement de la théorie ébauchée de 1903 des *Principles* qui sera présentée plus tard en 1910 dans les *Principia* sous sa forme ramifiée.

1-2-2- La théorie ramifiée et son mode de fonctionnement

La théorie ramifiée des types est celle que Russell présente dans les *Principia Mathematica*. En réalité cette distinction n'est pas établie par Russell qui considère que les deux version sa théorie ne sont en réalité pas distinctes, la deuxième n'étant qu'une forme développée de la première. La distinction est donnée par Franck P. Ramsey. Sinon pour l'auteur, il s'agit de la même théorie, présentée sous une forme plus étendue pour prendre en compte les totalités portant sur les fonctions propositionnelles. Toutefois, pour mieux comprendre le sens de ce système de totalité des fonctions propositionnelles, considérons l'exemple que « je suis en tout l'opposée de

[1] La notion d'ensemble est l'équivalent mathématique de la notion logique de classe. C'est pourquoi les paradoxes mathématiques sont aussi appelés paradoxes logiques. Selon Michel COMBES (1971, p.21), « déjà l'antinomie de l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes peut être considérée comme étant du ressort de la logique, si l'on identifie ensemble et classe », cela veut dire que le paradoxe de l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes, surgissant à partir de la notion d'ensemble, notion purement mathématique, peut aussi être considéré comme un paradoxe logique, pourvu que ces deux notions d'ensemble et de classe soient tenues pour synonymes. Selon F. Chenique (1974, p.16), « les termes « classe » et « ensemble » sont encore souvent employés comme synonymes mais de plus en plus on tend à employer le mot *ensemble* en mathématiques et à réserver le mot *classe* à la logique ».

ma sœur ». En assertant que « je suis en tout l'opposée de ma sœur », j'affirme en fait que toutes mes caractéristiques sont l'opposé de celles de ma sœur puisque, elle aussi doit forcément être en tout mon opposé, de sorte que si je suis grande, ma sœur sera petite, si je suis noire, ma sœur sera claire, si je suis intelligente, ma sœur sera non-intelligente, si je suis laide ma sœur sera belle, etc. et vice versa. En somme, tout ce qui caractérise chacune doit être opposé aux caractéristiques de l'autre afin que l'idée de cette opposition en tout ait un sens logique. Cependant, au-delà de cette opposition radicale entre nos caractéristiques, nous avons néanmoins en commun la caractéristique d'être en tout l'opposée de l'autre. Le paradoxe vient du fait que si nous sommes en tout l'opposée l'une de l'autre, alors nous ne sommes pas en tout l'opposée l'une de l'autre. Ainsi donc, « *être en tout l'opposée de ma sœur* » ne concerne pas le prédicat « *être en tout l'opposée de ma sœur* ». C'est la condition pour que l'extension de ce prédicat ne conduise pas à des contradictions. Le respect de la hiérarchie des types oblige donc à considérer, en l'occurrence, que les caractéristiques qui opposent les deux sœurs « ne sont pas définies par une référence à une totalité de caractéristiques » M. Combes (1971, p.34). C'est pourquoi on dira qu'elles « constituent une première génération de propriétés » M. Combes (1971, p.34). Par contre, le fait d'être en tout l'opposée de ma sœur « est défini par référence à une totalité de ces caractéristiques qui nous opposent » M. Combes (1971, p.34) Ce niveau est une *deuxième génération* de propriétés. Nous voyons ici que nous avons deux sortes de génération de propriétés : le premier niveau et le deuxième niveau. Cela dit : « pour chaque type d'objets que nous considérons, les fonctions propositionnelles que ces objets peuvent éventuellement vérifier doivent donc être, elles aussi, reparties en une hiérarchie : fonction du premier ordre, fonction du deuxième ordre, etc. » M. Combes (1971, p.34).

Le système russellien qui rend possible cette hiérarchie est la théorie ramifiée des types. De ce qui précède, il est clair que les propositions qui correspondent à ces fonctions propositionnelles seront aussi reparties selon une hiérarchie semblable. C'est alors, en se référant à ce système que « être grand » est d'un niveau différent de « je suis grand » ; de même « être en tout l'oppose de sa sœur » est d'un niveau différent de « je suis en en tout l'opposée de sa sœur » … À partir donc de ce système et son principe, les paradoxes comme celui d'Épiménide et ceux qui portent sur les expressions comme « toutes les propositions sont fausses », ou « tout ce que je dis est faux », ainsi que celle de Burali-Forti, seront résolues. Considérons le cas du Crétois qui déclare que « tous les Crétois sont des menteurs », il suggère que lui-même est un menteur, donc il peut affirmer : « je mens ». Mais cette affirmation doit renvoyer à une totalité de propositions dont elle-même ne peut pas faire partie. Car, si je dis : « je mens », je dis cela par rapport à quelque chose que j'ai dit et qui n'est point du même niveau ou du même type que la déclaration « je mens ». De même la proposition : « toutes les propositions sont fausses » n'est pas du même niveau que toutes les propositions dont elle parle. Par conséquent, elle ne doit être concernée par sa propre déclaration. Sa déclaration est d'un niveau supérieur à celui des propositions dont elle parle. Il en sera de même pour la proposition « tout ce que je dis est faux ».

Le mérite de la théorie ramifiée est qu'elle remédie très efficacement aux paradoxes, car elle permet de résoudre même ceux que la théorie simplifiée ne parvenait pas à résoudre. Cela dit, les deux versions, mises ensemble, permettent d'éviter les paradoxes logiques et les paradoxes sémantiques.

Cependant, certains commentateurs considèrent que la théorie simplifiée suffit seule à résoudre le problème des paradoxes, rendant ainsi superflue la théorie ramifiée. Ainsi, F. P. Ramsey et Chwistek pensent que la forme simplifiée de la théorie des types résoud les paradoxes essentiels : il s'agit des paradoxes qui concernent directement la théorie des ensembles et que Ramsey appelle ''*paradoxes logiques''*. Selon eux, Russell n'avait pas besoin d'une théorie ramifiée des types, destinée à résoudre les ''*paradoxes sémantiques''*. Comme F.P. Ramsey et Chwistek, Wang et Skolem pensent que la théorie ramifiée des types n'était pas nécessaire. De plus elle fait appel à des axiomes non logiques comme l'axiome de réductibilité qui est à caractère empirique.

Si ces critiques adressées à la théorie russellienne des types sont à caractère partiel, celle de Wittgenstein semble être plus radicale car il rejette cette théorie dans son principe-même, dans sa forme la plus générale. En effet, la théorie des types logiques (la théorie simplifiée et la théorie ramifiée), c'est qu'elle est caractérisée par son caractère métalinguistique et métalogique. Pour le Wittgenstein du *Tractatus*, toute métalangue et toute métalogique sont illégitimes, Comme l'explique François Chenique (1974, p.7), « la logique est une langue apte à formuler des raisonnements, mais il est impossible de construire cette langue avec elle-même sous peine de tourner en rond et de faire des « pétitions de principes » ». Il est certes nécessaire d'élaborer une hiérarchie des niveaux de langage, mais cette organisation des niveaux de langage relève non d'ordre de la logique mais « de la métalogique ou de la métalangue », impossible à exprimer. M-L Roure (1967, p.22). La théorie des types logiques, sans être fausse ou inefficace, est illégitime dans le contexte de la philosophie du *Tractatus*. Car elle est une métalangue ou une métalogique se levant au-dessus de la logique pour l'exprimer comme une langue-objet.

Considérer la théorie des types logiques comme une métalangue, revient à admettre la supériorité de celle-ci sur la logique qui devient sa langue-objet, et donc léguée au second plan. Cette conception n'est pas admise par tous, car certains logiciens pensent que la logique est science pure et supérieure aux autres sciences ; et elle ne doit guère être remise au second plan d'aucune manière. Wittgenstein est de ces derniers.

2- LA CRITIQUE WITTGENSTEINIENNE DE LA THÉORIE DES TYPES

Si des logiciens comme Ramsey, Chwistek, Wang etc. rejettent partiellement la théorie des types de Russell, à savoir, la théorie ramifiée, Wittgenstein, quant à lui, rejette la théorie des types logiques dans son principe et dans son entièreté. Pour lui, qu'il s'agisse de la version simplifiée ou de la version ramifiée, la théorie des types logiques n'est point une solution envisageable. Par conséquent, il la rejette radicalement.

2-1- Les raisons du rejet de la théorie des types logiques par Wittgenstein.

Wittgenstein, dans le *Tractatus*, considère que la théorie des types logiques exprime l'inexprimable, l'indicible. Elle n'est donc pas à une solution à envisager. La raison principale d'un tel rejet de la théorie est un problème d'ordre et d'identité. Pour comprendre cette idée, rappelons-nous de la place qu'occupait la logique dès sa création.

Nous savons que dès sa naissance, la logique est du premier coup, portée à sa perfection par son créateur. Cette croyance est partagée par Kant qui estime qu'en raison de sa perfection, elle n'a pas pu faire un pas en avant. Elle semble être selon toute apparence close et achevée (geschlossen und vollente) E. Kant (1781) Cette croyance qui a régné longtemps avant le chaos scientifique universel, n'a pas coupé toute racine à tout niveau. Même dans la logique moderne, cette croyance règne encore. Car jusqu'aujourd'hui la logique continue d'être vue par certain logicien comme Wittgenstein comme une science parfaitement absolue. Ainsi, en tant que telle, elle ne doit recevoir aucun traitement ou aucune application extérieure si ce n'est elle-même pour elle-même. Il soutient que la logique est absolue, c'est-à-dire une science complète qui se suffit à elle-même : « elle n'a besoin ni d'une problématique du fondement, ni d'aucune métalogique » I. Yapi (1984, p.74) pour être fiable. Il dit que c'est à « la logique même de prendre soin d'elle-même » L.J.J. Wittgenstein (1914, p. 22). Cette croyance à la logique en tant que science absolue lui a valu cette indignation vis-à-vis de la théorie des types : « Comment cette ''saleté de théorie des types'' prêche par ''défaut de pureté logique'' » L.J.J. Wittgenstein (1914, p.223). Pour lui, appliquer la théorie des types à la logique peu importe la raison de cette application, révèlerait d'une sorte d'insulte à l'égard de la logique qui est déjà en elle-même absolue. Contrairement à Chwistek et Ramsey qui prêche l'abandon de la théorie ramifiée au profil de la théorie simple des types, Wittgenstein, quant à lui, condamne amèrement la théorie des types et même dans sa totalité (qu'il s'agisse de la théorie simple ou de la théorie ramifiée).

Pour Wittgenstein, les types logiques sont une sorte de métalogique ; et pour s'en convaincre, « il suffit peut-être de les comparer aux autres objets logiques qu'ils structurent (…) et (on se rend aussitôt compte) que les types logiques comme domaines de signification sont des classes, c'est-à-dire simplement des commodités logiques » I. Yapi (1984, p.74). Les types ne sont rien d'autre dans ces conditions que des objets logiques. Ainsi, en temps qu'ils sont des objets logiques, ils structurent les autres objets logiques et apparaissent en fin de compte « comme des catégories syntaxiques », ce que relève du cadre de la métalangue. Car, comme nous le savons, ils permettent de structurer les objets logiques ; et les objets qu'ils structurent sont d'un niveau différent des types structurants eux-mêmes. Yapi soutient que « les types logiques n'ont pas le même type logique que les autres objets logiques » I. Yapi (1984, p.74) dans la mesure où ils ne sont pas, eux, en structurants les autres objets logique, structurés par une autre théorie des types logiques supérieure. C'est pourquoi, on dira qu'ils sont, par rapport aux autres objets logiques, des objets métalogiques d'où l'idée du dédoublement de la logique. Or pour l'antagoniste Wittgenstein, il est inadmissible d'établir une théorie permettant d'éviter les antinomies logiques, car si la logique est en elle-même une perfection absolue, elle l'est de manière absolue de sorte qu'il devient impossible qu'apparaissent au sein de celle-ci des antinomies quelconques. Elle est prémunie contre toute faute logique et cela est inhérent à sa nature. Donc, elle, ne peut pas comporter d'antinomies ni même avoir une supère théorie établie pour lui permettre d'éviter les éventuelles antinomies qu'il y en n'aura même pas à cause du caractère absolu de la logique.

Wittgenstein pense que la syntaxe logique de laquelle découle les cohérences ou les incohérences syntaxiques appartienne à la limite du langage, sachant que selon lui, la limite du langage est la limite du monde. Il dit : « les limites de mon langage signifient les limites de mon monde » L.J.J. Wittgenstein (1993, p.86). Ainsi, « la thématisation des dispositions a priori du langage dans le langage est une faute de cercle vicieux » I. Yapi (1984, p.76) tout comme celle que la théorie des types logique dénonce. Car, pareillement à la situation de l'ensemble des ensembles… ici aussi l'on introduit les catégories d'un type logiquement supérieur dans un type inferieur. On se trouverait alors dans une situation ou « la théorie des types viole la théorie des types » I. Yapi (1984, p.76). Wittgenstein soutient alors que, la formulation des principes logiques du langage doit être rejette ; et pour la même raison, le symbole ″ $\vdash$ ″de l'assertion de Frege, qui était pourtant admise par Russell, devient inadmissible pour lui (Wittgenstein). Sommes-nous obligés de dire ''j'asserte'' quand on est déjà conscient qu'on asserte ? Une phrase assertée doit-elle informer qu'elle est assertée ? Si une phrase assertée n'a pas besoin d'informe qu'elle est assertée, pour posséder ses caractéristiques d'assertion, il en est de même pour ce ″ $\vdash$ ″ symbole qui semble être un artifice métalinguistique. Son usage n'a véritablement pas de sens pour la proposition ou la formule qu'il certifie. On peut simplement se passer de son usage.

Pour conclure ce point, nous retiendrons avec Wittgenstein que, la théorie des types logique est comparativement à ce symbole logique : ″ ⊢ ″, un artifice métalinguistique ; et donc vide de sens. La logique n'a pas besoin d'aucune théorie quelconque pour être logique, car à la limite, cette théorie dénaturerait la logique qui est en elle-même une science supérieure et parfaitement absolue. À la base, elle doit prendre soin d'elle-même ce qui émet l'idée d'un dédoublement. Or, tout dédoublement est l'expression d'une sorte de métalangue. Si donc, l'idée de dédoublement est admise par Wittgenstein, alors son rejet de la théorie des types logique de Bertrand est limité. L'itinéraire d'une telle analyse nous conduit au point suivant.

2-2- Les limites de la conception wittgensteinienne de la théorie des types logiques

Selon Wittgenstein, la logique se suffit et peut prendre soin d'elle-même. Il dit en ces termes : c'est à « la logique même de prendre soin d'elle-même » L.J.J. Wittgenstein (1914, p. 22). Pour dire que la logique doit s'élever au-dessus d'elle-même pour traiter tous les problèmes qui sont d'ordre logique. En effet, elle doit être son propre fondement et sa propre solution aux éventuelles aux problèmes qui pourraient l'affecter, car « elle n'a besoin ni d'une problématique du fondement, ni d'aucune métalogique » I. Yapi (1984, p.74) pour être fiable. En fait, que la logique soit son propre fondement est une thèse que Frege ne rejetterait pas, lui pour qui, la logique doit chercher son dans la logique fonctionnelle. Pour revenir à l'idée que la logique doit prendre soin d'elle-même, rappelons que Wittgenstein rejette la théorie des types logiques, car il la considère comme une métalangue ou métalogique empêchant la logique d'entre authentique et d'énoncer convenablement des principes syntaxiques basaux des fonctionnements déductifs comme cela en est son but. Pour comprendre cette assertion, il faut sur l'idée que la théorie des types est une métalangue. pour I. Yapi (1984, p.74) « les types logiques n'ont pas le même type logique que les autres objets logiques » dans la même où ils ne sont pas, eux, en structurants les autres objets logique, structurés par une autre théorie des types logiques supérieure. C'est pourquoi, on dira qu'ils sont, par rapport aux autres objets logiques, des objets métalogiques d'où l'idée du dédoublement de la logique. Si selon Wittgenstein la logique doit prendre soin d'elle-même, l'idée d'un dédoublement de celle-ci apparait comme une théorie vide de sens, donc inadmissible. Si seulement le dédoublement est admis, la théorie russellienne de la théorie des types doit être acceptée car, elle apparait de quelques manières comme une métalangue. Mais si ce dédoublement est reconnu que si implicite, alors la théorie de Russell apparait I. Yapi (1984, p.74) « comme une simple théorie logique, énonçant, comme cela incombe à la logique, les principes syntaxiques basaux des fonctionnements déductifs » même si pour Wittgenstein ces principes ne sont pas formulables.

Le dédoublement wittgensteinien montre que sa thèse concernant la théorie des types logiques est limitée et il semble par la même occasion faire preuve une sorte de métalangue ou métalogique, car en dédoublant la logique, il la structure en des niveaux de langues distinctes ; ce qui émet l'idée d'une hiérarchie de langages. En émettant cette idée de la hiérarchie des langages, Wittgenstein lui-même, semble ne pas être trop écarté de Russell, la hiérarchie des langages est aussi une métalangue. C'est pourquoi, dans l'introduction du *Tractatus* de Wittgenstein, B. Russell (1993, p.27) écrit :

ce qui nous fait hésiter (à accepter le point de vu de Wittgenstein) c'est le fait que, après tout, il a trouvé le moyen de de dire beaucoup de chose à propos de ce qui ne peut être dit, suggérant ainsi au lecteur sceptique qu'il est possible que s'offre là une issue par une hiérarchie des langages, ou par quelque autre porte de sortie.

Cette conception de Russell sur la limite du langage chez Wittgenstein affaiblie de quelques manière sa thèse consistant à rejeter la théorie des types logiques. En effet, à travers cette pensée, Russell montre qu'il se contredit lui-même en trouvant beaucoup à dire au sujet de ce qui, selon lui, ne peut pas être dit. Et il explique cette contradiction l'admission d'une hiérarchie des langages qui est en réalité une métalangue, alors qu'il condamne la théorie des types logiques de Bertrand Russell à cause de son caractère du dédoublement, c'est-à-dire ses caractéristiques métalinguistiques (métalangue).

II. CONCLUSION

Au terme de cette analyse, nous pouvons retenir que, la théorie des types logiques a été élaborée par Russell pour résoudre le problème des paradoxes qui sont, d'une part des paradoxes logiques et d'autre part des paradoxes sémantiques. Présentée sous ses deux formes, à savoir, la forme simplifiée et la forme ramifiée, elle permet à son auteur d'échapper aux sophismes du cercle vicieux que produisent les totalités lorsque *tout ce qui comprend le tout d'une collection devient une partie de cette collection.* Cette solution, bien qu'ayant permis à Russell de remédier efficacement aux paradoxes, fit l'objet de plusieurs critiques. Ramsey et Chwistek prêchent l'abandon de la théorie ramifiée au profil de la théorie simplifiée, à cause des axiomes à caractère non logiques et empiriques qu'elle (la théorie ramifiée) introduit, car ils pensent que la théorie simplifiée suffit, à elle seule, à résoudre les paradoxes nécessaires : les paradoxes logiques. Si Ramsey et Chwistek font un rejet partiel de la théorie des types, à savoir, la théorie ramifiée, Wittgenstein, quant à lui, est radical sur la question. Pour lui, la théorie des types logiques, qu'elle soit la version simplifiée ou la version ramifiée, est à proscrire de la logique, car la logique est, d'après lui, une science pure, parfaite et absolue ; et n'a donc pas besoin d'une quelconque théorie salvatrice pour la sauver du surgissement des paradoxes. En effet, une telle théorie serait alors placée au-dessus de la logique, la léguant ainsi au second plan de sorte qu'elle devient une sorte de métalangue utilisant la logique comme une langue-objet.

Cette conception visant à établir une théorie sur la logique permettant de la structurer afin d'éviter l'apparition des paradoxes la place au second plan, et lui enlève ainsi sa place d'honneur de science parfaite, pure et absolue. Pour lui, d'ailleurs, il est impossible que la logique produise des paradoxes à cause de l'excellence de ses caractéristiques scientifiques. en un mot, la théorie des types logiques n'a pas droit de citer tout comme le logique suivant : ″ ⊢ ″.

BIBLIOGRAPHIE

[1]. CHENIQUE François, *Comprendre la logique moderne Tome1*, Paris, Dunod, 1974, 294 p.
[2]. COMBES Michel, *Fondements des mathématiques*, Paris, Presses
[3]. KANT Emmanuel, *Logique*, Paris, Vrin, (1966, 1970) 2007, 216 p.
[4]. ROURE Marie-Louise, *Éléments de la logique contemporaine*, Paris, Presses Universitaires de France, 1967, 124 p.
[5]. RUSSELL Bertrand, *Pinciples of Mathematics*, Cambridge, Cambridge University Press, 1903, 534 p.
[6]. RUSSELL Bertrand et WHITEHEAD Alfred North, *Principia Mathematica*, Cambridge, Cambridge University Press, 1910, 808 p.
[7]. WANG Hao, *The formalization of Mathematics, Jounal of Symbolic Logic*, 1954, 257 p.
[8]. WITTGENSTEIN Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus*, Paris, Gallimard, 1993, 125 p.
[9]. WITTGENSTEIN Ludwig, *Carnets*, Paris, Gallimard, 1914-1916, 249 p.
[10]. YAPI Ignace, *Type et cause : deux idées transcendantales chez Bertrand Russell*, Université de Lille, Octobre 1984.
[11]. YAPI Ignace, « Crises des fondements dans la théorie des ensembles », in *Actes du Séminaire interdisciplinaire Mathématique-Philosophie et enseignement*, 1993, p.16-19.